УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Н.В. Уфимцева

 ФГБОУ ВПО «Шадринский государственный педагогический университет»

 г. Шадринск

Руководитель: к.п.н., доцент Т.А.Оболдина

В течение всех лет обучения в школе решают различные виды уравнений и неравенств. Не сосчитать, сколько линейных, квадратичных, дробно-рациональных уравнений и неравенств, встречается на пути у школьников при изучении математики за эти годы. Однако, не смотря на это, при решении уравнений и неравенств учащимися все равно допускаются ошибки. Это неудивительно: решение уравнений и неравенств – один из наиболее трудных вопросов. Действительно, чтобы правильно решить уравнение или неравенство, нужно уметь проводить тождественные преобразования входящих в него выражений, нужно уметь безошибочно вычислять, нужно знать, какие способы решения уравнений (неравенств) в каких случаях целесообразнее применить и, конечно же, важно знать основные понятия и определения этой теории.

Для устранения затруднений и ошибок при решении различных уравнений и неравенств в данной статье упорядочим основные понятия и определения рассматриваемой теории.

Решением уравнения $f(x)=0$ является нахождение всех значений $x$, при которых это равенство выполняется, или доказательство того, что такие значения не имеются.

Решением неравенства $f(x)>0$ является нахождение всех значений $x$, при которых это неравенство выполняется, или доказательство того, что такие значения не имеются.

Область определения данного уравнения (или неравенства) есть область определения функции $f(x)$. Иногда ее называют областью допустимых значений.

Для решения данного уравнения $f(x,y)=0$ требуется найти множество всех пар $(x,y),$ при которых выполняется это равенство, или доказать то, что таких пар нет.

Для решения неравенства $f(x, y)>0$ необходимо найти множества всех пар $(x, y), $при которых выполняется данное неравенство, или доказать, что таких пар нет.

Решением уравнения $f(x\_{1}, x\_{2},…,x\_{n})=0$, где $f(x\_{1}, x\_{2},…,x\_{n})$ - функция от n переменных, где$ n$ – некоторое натуральное число, является нахождение множества всех наборов чисел $(x\_{1}, …,x\_{n})$ , для которых данное равенство выполняется, или доказательство того, что таких наборов $(x\_{1}, …,x\_{n})$ нет.

Решением уравнения $f(x,a)=0$, где $x$ – неизвестная величина, $a$ – параметр, служит нахождение множеств всех пар $(x,a)$, для которых выполняется данное уравнение. При решении уравнения, это значит, что нужно выразить $x$ через a при всех значениях параметра a. При том, обязательным условием не является соответствие каждого допустимого значения a единственного значения $x$.

Решением неравенства $f(x, a)>0$, где a – параметр, является нахождение множеств всех пар $(x,a)$, для которых данное неравенство выполняется. При решении неравенства, это значит, что при каждом значении a нужно записать области, в которых изменяется $x$ и границы этих областей указать в виде функции $f(a)$.

В задачах повышенной сложности распространены комбинации уравнений, неравенств, других условий.

При решении системы двух уравнений с одним неизвестным (1) находятся такие значения x, чтобы выполнялись оба уравнения одновременно или доказывается, что таких $x$ нет.

$\left\{\begin{array}{c}f\_{1}\left(x\right)=0\\f\_{2}\left(x\right)=0\end{array}\right.$, (1).

Ответом данной системы будет являться пересечение множеств решений уравнений $f\_{1}\left(x\right)=0$ и $f\_{2}\left(x\right)=0$.

Для решения системы (2) необходимо найти все тройки чисел $\left(x,y,z\right)$, для которых одновременно выполняются уравнение и неравенство данной системы, причем, число z в них должно быть целым.

$\left\{\begin{array}{c}f\_{1}\left(x,y,z\right)=0 ,\\f\_{2}(x,y,z)<0\\z-целое число.\end{array}\right.,$ (2).

Для решения совокупности (3) нужно указать такие значения $x$, при которых выполняется хотя бы одно из этих уравнений.

$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{f\_{1}\left(x\right)=0,}{f\_{2}\left(x\right)=0,}\right. \left(3\right).$$

Ответом данной совокупности будет являться объединение множеств решений уравнений $f\_{1}\left(x\right)=0$ и $f\_{2}\left(x\right)=0$.

Совокупность (4) означает, что нужно найти такие пары чисел $\left(x,y\right)$, для которых либо одновременно обращаются в 0 функции $f\_{1}\left(x,y\right)$, $f\_{2}\left(x,y\right)$, либо функции $f\_{3}\left(x,y\right)$, $f\_{4}\left(x,y\right) $одновременно принимают положительные значения.

$$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{\left\{\begin{array}{c}f\_{1}\left(x,y\right)=0, \\f\_{2}\left(x,y\right)=0,\end{array}\right.}{\left\{\begin{array}{c}f\_{3}\left(x,y\right)>0,\\f\_{4}\left(x,y\right)>0,\end{array}\right.}\right. \left(4\right).$$

Итак:

Решить систему означает найти пересечение всех условий (уравнений, неравенств, других условий), которые эту систему составляют.

Решить совокупность означает найти объединение решений всех условий (уравнений и неравенств), которые эту совокупность составляют.

Данная статья не претендует на самобытность и оригинальность содержания, но, тем не менее, данный материал будет полезен учащимся и студентам, которые до сих пор испытывают сложность при решении уравнений и неравенств.