

На правах рукописи



ПЕРМЯКОВА МАРИНА ЮРЬЕВНА

ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКОЙ  
ГРАМОТНОСТИ УЧАЩИХСЯ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ  
В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания  
(математика, уровень общего образования)

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

Шадринск – 2015

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования  
«Шадринский государственный педагогический институт»

**Научный руководитель** – кандидат педагогических наук, доцент  
**Чикунова Ольга Ивановна**

**Официальные оппоненты:**

**Липатникова Ирина Геннадьевна**, доктор педагогических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет», заведующий кафедрой теории и методики обучения математике

**Эрентраут Елена Николаевна**, кандидат педагогических наук, доцент, ФГБОУ ВПО «Челябинский государственный педагогический университет», доцент кафедры математики и методики обучения математике

**Ведущая организация:**

ФГБОУ ВПО «Алтайская государственная педагогическая академия»

Защита состоится 23 января 2015 года в 14.00 на заседании диссертационного совета Д 212.283.04 на базе ФГБОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет» по адресу: 620075, г. Екатеринбург, ул. К. Либкнехта, 9 а, ауд. I.

С диссертацией можно ознакомиться в диссертационном зале информационно-интеллектуального центра научной библиотеки ФГБОУ ВПО «Уральский государственный педагогический университет» и на сайте Уральского государственного педагогического университета: <http://science.uspu.ru>.

Автореферат разослан «    » ноября 2014 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Усольцев Александр Петрович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

**Актуальность исследования.** Согласно требованиям Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (ФГОС) изучение предметной области «Математика и информатика» должно обеспечить формирование представлений о математике как компоненте общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления.

Первичной математической моделью любого реального процесса является функция. Такие свойства графиков функций, как выразительность, эвристичность, лаконичность, универсальность, смысловая однозначность, интернациональность, легкость кодирования и декодирования графических изображений делают их незаменимыми в исследовательской и практической работе, в решении технических и социально-экономических вопросов. Обработка, обобщение и анализ больших массивов информации, представленной графически, играет исключительно большую роль в энергетике, экологии, экономике и в других областях науки и практики.

Функции, их свойства и графики (функционально-графический материал) составляют стержень школьного курса математики. Именно школьный предмет «Математика» занимает ведущее место в формировании умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций, что составляет основу *функционально-графической грамотности (ФГГ)*.

*Под функционально-графической грамотностью* мы понимаем наличие у школьников системы функционально-графических знаний и умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций.

Формирование функционально-графической грамотности учащихся связано с обучением математике в 7–9 классах, что обусловлено хронологией изучения элементарных функций и их свойств в школьном курсе математике.

Исследованию феномена грамотности посвящены фундаментальные и прикладные исследования многих авторов (Б. С. Гершунский, Е. Миллард, Л. М. Перминова, С. Хит). Теоретический анализ концепции функциональной грамотности как уровня образованности личности представлен в работах О. Е. Лебедева. Психологические аспекты формирования графической грамотности исследовали Е. Н. Кабанова-Меллер, В. А. Крутецкий, Б. Ф. Ломов, Л. М. Фридман, И. С. Якиманская. Рассматривали графическую грамотность как ступень графической культуры в обучении Т. И. Бугаева, В. А. Курина, М. В. Лагунова, И. В. Чугунова.

Изучению проблем, связанных с формированием и развитием графических умений в процессе обучения математике, посвящены исследования Р. Л. Аракеляна, А. Т. Зверевой, В. И. Зыковой, Л. М. Савинцевой, А. М. Набиева.

В диссертационных исследованиях А. И. Жаворонкова, Ю. Н. Макарычева, Е. И. Ященко, И. В. Антоновой рассмотрены вопросы методики изучения функционально-графического материала. Интеграции алгебраических и

графических (визуальных) методов в обучении математике посвящены работы М. И. Башмакова, В. А. Далингера, Л. С. Капкаевой, Н. А. Резник. Применение графического метода при решении уравнений и неравенств исследовали А. Г. Мордкович, Н. С. Подходова, Н. Л. Стефанова.

Однако как показал анализ психолого-педагогических исследований, несмотря на значимость проблемы, понятие функционально-графической грамотности до сих пор не определено, а вопросы ее формирования в процессе обучения математике в основной школе не являлись предметом научно-педагогических исследований.

Анализ научной, методической, учебной литературы и сложившейся практики по проблеме исследования позволил сформулировать следующие **противоречия**:

– на *социально-педагогическом уровне*: между социально-обусловленными требованиями к уровню подготовки выпускника основной школы, выражающимися, в частности, в формировании функционально-графической грамотности, и недостаточной ориентацией образовательных учреждений на выполнение этих требований;

– на *научно-педагогическом уровне*: между необходимостью формирования функционально-графической грамотности учащихся и недостаточной разработанностью теоретических основ организации обучения математике для соответствующей подготовки школьников;

– на *научно-методическом уровне*: между возможностями формирования функционально-графической грамотности школьника при обучении математике и недостаточной направленностью существующих методик обучения на поиск и использование средств, реализующих эти возможности.

Необходимость разрешения сформулированных противоречий обуславливает *актуальность* настоящего исследования и определяет его *проблему*: как обеспечить формирование функционально-графической грамотности учащихся в процессе обучения математике в основной школе?

В рамках решения данной проблемы была определена тема исследования «Формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы в процессе обучения математике».

**Объект исследования** – процесс обучения математике учащихся основной школы.

**Предмет исследования** – формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

**Цель исследования** – теоретическое обоснование и разработка методики обучения математике в основной школе, направленного на формирование функционально-графической грамотности обучающихся.

**Гипотеза исследования**: обучение математике в основной школе обеспечит функционально-графическую грамотность учащихся, если:

– организовать процесс изучения функционально-графического материала с использованием когнитивно-визуального подхода в соответствии с

уровнями изучения свойств функций (наглядно-интуитивным, формализованным, обобщающим);

– использовать различные психологические модели представления учебной информации (логические, реляционные, семантические и продукционные);

– применять задачи, требующие действий по преобразованию моделей функциональной зависимости (вербальной, графической, аналитической).

В соответствии с поставленной целью и выдвинутой гипотезой сформулированы следующие **задачи исследования**:

1. Провести анализ психолого-педагогической, научно-методической литературы с целью выявления сущности функционально-графической грамотности, ее структуры и основных компонентов.

2. Построить структурно-логическую модель обучения математике на основе когнитивно-визуального подхода и использования различных типов моделей представления учебной информации.

3. На основе предложенной модели разработать методику обучения математике, использование которой обеспечит формирование функционально-графической грамотности обучающихся.

4. Разработать диагностический инструментарий для оценки уровня сформированности функционально-графической грамотности обучающихся.

5. Экспериментально проверить эффективность разработанной методики в процессе формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

**Методологическую основу исследования** составляют работы в области теории развивающего обучения (Х. Ж. Ганеев, В. В. Давыдов, Л. В. Занков, З. И. Калмыкова, Д. Б. Эльконин); деятельностного подхода к обучению (А. Н. Леонтьев, С. Л. Рубинштейн); дифференцированного подхода к организации процесса обучения (В. В. Елисеев, Н. С. Пурьшева); когнитивно-визуального подхода к обучению математике (М. И. Башмаков, Г. Д. Глейзер, В. А. Далингер); личностно-ориентированного подхода к обучению (В. В. Сериков, И. С. Якиманская); статистических методов обработки результатов исследований (М. И. Грабарь, А. А. Кыверялг, Б. Е. Стариченко).

**Теоретическую основу** исследования составляют:

– основополагающие труды в области теории и методики обучения математике (О. Б. Епишева, В. А. Далингер, Ю. М. Колягин, И. Г. Липатникова, А. Г. Мордкович);

– теория формирования содержания образования и организации учебного процесса (Ю. К. Бабанский, В. В. Краевский, П. И. Пидкасистый);

– труды ученых по проблеме формирования графической культуры (Т. И. Бугаева, В. А. Крутецкий, М. В. Лагунова);

– психолого-педагогические теории использования учебных задач в процессе обучения (Г. А. Балл, Л. Д. Кудрявцев, А. М. Матюшкин).

Для решения поставленных задач использованы следующие

**методы исследования:** изучение и анализ философской, психолого-педагогической, научно-методической литературы, учебных программ, сравнительный анализ учебных пособий и методических материалов по математике, наблюдение за учебным процессом и его участниками, анкетирование, методы моделирования, педагогических измерений и диагностики, метод экспертных оценок, методы математической статистики, адекватные поставленным задачам.

**Логика и этапы исследования:**

Поставленные цели и задачи определили ход исследования, которое проводилось в три этапа в период с 2008 по 2013 гг.

*Во время конституирующего этапа* (2008–2009 гг.) осуществлялся анализ философской, психолого-педагогической, научно-методической литературы, нормативных документов по проблеме исследования; были определены методологические основы и разработаны основные теоретические положения; сформулирована гипотеза исследования.

*На поисковом этапе* (2010–2011 гг.) создана структурно-логическая модель формирования функционально-графической грамотности, включающая целевой, содержательный, операциональный, контрольно-результативный блоки. На основе этой модели была разработана методика обучения математике учащихся основной школы, применение которой обеспечивает формирование функционально-графической грамотности учащихся.

*На формирующем этапе* (2012–2013 гг.) была организована работа по реализации методики обучения математике в основной школе, направленной на формирование функционально-графической грамотности учащихся. В ходе проведения формирующего этапа педагогического исследования проводилась проверка эффективности предложенной методики с применением различных методов диагностики уровней сформированности функционально-графической грамотности.

**Достоверность и обоснованность** научных результатов и выводов обеспечивается опорой на основополагающие теоретические положения в области психологии, педагогики и методики обучения математике в общеобразовательной школе; использованием методов исследования, соответствующих предмету и задачам исследования; непротиворечивостью логического следования; всесторонним качественным анализом результатов исследования; подтверждением гипотезы в ходе опытно-поисковой работы; обсуждением результатов исследования на международных, всероссийских и межрегиональных конференциях.

**Научная новизна** результатов исследования.

1. В отличие от работы С. М. Ганеева, в которой рассматриваются вопросы формирования графической грамотности учащихся при обучении геометрии в условиях компьютерной поддержки, в настоящей работе решается проблема формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы в соответствии с уровнями изучения свойств функций на основе использования различных моделей представления учебной информации.

2. Разработана структурно-логическая модель формирования функцио-

нально-графической грамотности обучающихся на основе когнитивно-визуального подхода, в которой для каждого из выделенных блоков (целевого, содержательного, операционального, контрольно-результативного) определено содержание в соответствии с формируемыми компонентами ФГГ учащихся (когнитивным, деятельностным).

3. В соответствии с моделью предложена методика обучения математике учащихся основной школы, предусматривающая использование логических, реляционных, семантических, продукционных моделей представления учебной информации и задач, требующих действий по преобразованию моделей функциональной зависимости (вербальной, аналитической и графической), реализация которых обеспечивает формирование функционально-графической грамотности.

**Теоретическая значимость** исследования состоит в следующем:

1. Определено понятие функционально-графической грамотности как наличие у школьников системы функционально-графических знаний и умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций.

2. Выделены частно-методические принципы формирования функционально-графической грамотности: дифференциации, модельности представления математической информации, модульности, консеквентности, когнитивной визуализации, алгоритмизации графических действий.

3. Выделены различные психологические модели представления учебной информации (логические, реляционные, семантические, продукционные) и определена целесообразность их использования для систематизации и обобщения теоретического функционально-графического материала.

4. Определены *критерии* (когнитивный, деятельностный), *показатели* (объем усвоенных знаний и осмысленность усвоенных знаний, техника чтения и техника изображения графиков функций, степень грамотности) и *уровни* (низкий, средний, высокий) сформированности функционально-графической грамотности обучающихся.

**Практическая значимость** исследования заключается в том, что теоретические результаты доведены до уровня практического применения. Разработаны и внедрены в учебный процесс:

– дидактические материалы индивидуального назначения, содержащие задачи на взаимопереходы моделей функциональной зависимости (вербальной, аналитической, графической), использование которых позволит сформировать функционально-графическую грамотность обучающихся;

– методические рекомендации для учителей математики по использованию функционально-графического материала;

– программы элективных курсов по математике для учащихся 9 класса, направленные на формирование функционально-графической грамотности учащихся.

**Апробация и внедрение результатов** исследования осуществлялись в процессе организации опытно-поисковой работы в общеобразовательных учреждениях г. Шадринск Курганской области (лицей № 1, гимназия № 9,

«СОШ № 2»), г. Сургут («СОШ № 8 им. А. Н. Сибирцева»), г. Нефтеюганск «СОШ № 2» и в МКОУ «Красномыльская средняя школа» Шадринского района Курганской области.

Материалы диссертационного исследования были опубликованы в печати и докладывались на научно-практических конференциях *международного уровня*: «Проблемы современного образования» (г. Пенза, 2010 г.), «Реализация национальной образовательной инициативы «Наша новая школа» в процессе обучения физике, информатике и математике» (г. Екатеринбург, 2011 г.), «Физико-математические и естественные науки» (г. Таганрог, 2012 г.), «Перспективы развития науки и образования» (г. Тамбов, 2012 г.), «Современные подходы к оценке и качеству математического образования в школе и вузе» (г. Екатеринбург, 2013 г.), «Наука и образование в жизни современного общества» (г. Тамбов, 2013 г.), «Подготовка молодежи к инновационной деятельности в процессе обучения физике, математике, информатике» (г. Екатеринбург, 2013 г.), «Роль психологии и педагогики в развитии общества» (г. Уфа, 2014 г.); *всероссийского уровня*: «Проблемы преемственности в обучении математике на уровне общего и профессионального образования» (г. Екатеринбург, 2009 г.), «Естественно – математическое образование: проблемы и перспективы» (г. Шадринск, 2010 г.).

Основные положения исследования отражены в 14 публикациях, в том числе 3 – в журналах, рекомендуемых ВАК МОиН РФ.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Под функционально-графической грамотностью следует понимать наличие у школьников системы функционально-графических знаний и функционально-графических умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций.

2. Формирование функционально-графической грамотности должно осуществляться на основе разработанной структурно-логической модели, включающей следующие блоки: целевой (цель и задачи формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы); содержательный (структура и содержание функционально-графической грамотности учащихся, этапы ее формирования); операциональный (содержание обучения, принципы, методы, формы и средства формирования функционально-графической грамотности); контрольно-результативный (критерии уровней формирования функционально-графической грамотности, диагностический инструментарий для оценки уровня сформированности функционально-графической грамотности учащихся основной школы).

3. Методика, созданная в соответствии с этой моделью, предполагает поэтапное освоение и реализацию функционально-графических умений и знаний соответствующих свойств функций на наглядно-интуитивном уровне изучения (начальный, базовый, итоговый этапы), на формализованном (базовый, итоговый этапы), на обобщающем уровне (итоговый этап); использование логических, реляционных, семантических и продукционных



моделей представления учебной информации для систематизации теоретического функционально-графического материала; применение задач, требующих действий по преобразованию моделей функциональной зависимости (вербальной, графической и аналитической).

4. Применение методики обучения математике, разработанной на основе когнитивно-визуального подхода, обеспечивает формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы. Основными критериями и показателями оценки уровня сформированности функционально-графической грамотности являются когнитивный (объем усвоенных знаний и осмысленность усвоенных знаний) и деятельностный (техника чтения и техника изображения графиков функций).

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, библиографического списка, содержащего 216 источников, и семи приложений.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Во введении обосновывается актуальность проблемы и выбор темы исследования, определяются цель, объект, предмет и задачи исследования, формулируется гипотеза, раскрываются научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы и основные положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** «Теоретические основы формирования функционально-графической грамотности учащихся в процессе обучения математике» уточняется содержание понятия «грамотность», рассматриваются различные виды грамотности, на основе их анализа принимается рабочее определение понятия «функционально-графическая грамотность», рассматриваются дидактические основы формирования ФГГ учащихся и приводится созданная структурно-логическая модель формирования ФГГ учащихся основной школы.

Исследованию понятий «грамотность», «математическая грамотность», «графическая грамотность» посвящены работы Б. С. Гершунского, Е. Милларда, Т. И. Бугаевой, И. В. Чугуновой, С. М. Ганеева. Изучение понятия «грамотность» позволило сделать вывод о том, что нет какого-либо единого понимания сущности и уровня образовательных личностных приобретений, отражаемых этой категорией.

На основе проведенного анализа понятий различных видов грамотности определено понятие функционально-графической грамотности (ФГГ) как наличие у школьников комплекса функционально-графических знаний и функционально-графических умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций.

В работе функционально-графическая грамотность учащихся основной школы представлена когнитивным и деятельностным компонентами.

Когнитивный компонент ФГГ учащихся основной школы включает совокупность функционально-графических знаний, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций:

1. Знание содержания основных функциональных понятий ( $Z_1$ ).
2. Знание свойств числовых функций ( $Z_2$ ).
3. Знание элементарных функций, их свойств и графиков: функции, описывающие прямую и обратную пропорциональность; линейная функция; квадратичная функция; степенные функции с натуральным показателем; знание графиков функций:  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = |x|$  ( $Z_3$ ).

4. Знание примеров графических зависимостей, отражающих реальные процессы и числовых функций, описывающих эти процессы ( $Z_4$ ).

5. Знание преобразований графиков: параллельный перенос вдоль осей координат и симметрия относительно осей, растяжение и сжатие графиков ( $Z_5$ ).

Деятельностный компонент представлен функционально-графическими умениями, необходимыми для чтения и изображения графиков элементарных функций:

1. Изображать координатную прямую ( $Y_1$ ).
2. Изображать точку по координате на координатной прямой ( $Y_2$ ).
3. Изображать координатную плоскость ( $Y_3$ ).
4. Изображать точку по координатам на координатной плоскости ( $Y_4$ ).
5. Изображать линию по заданным точкам на координатной плоскости ( $Y_5$ ).
6. Находить координаты точки на координатной прямой ( $Y_6$ ).
7. Находить координаты точки на координатной плоскости ( $Y_7$ ).
8. Находить значение функции, заданной графиком ( $Y_8$ ).
9. Находить значение аргумента функции по ее графику ( $Y_9$ ).
10. По графику элементарной функции определять ее свойства ( $Y_{10}$ ).
11. По графику произвольной функции определять ее свойства ( $Y_{11}$ ).
12. По графику функции определять знак коэффициентов в формуле, задающей функцию ( $Y_{12}$ ).
13. По графику функции находить значения коэффициентов в формуле, задающей функцию ( $Y_{13}$ ).
14. Составлять аналитическую запись функции по графику ( $Y_{14}$ ).
15. Выяснять, является ли графиком изображенная линия ( $Y_{15}$ ).
16. Читать графики реальных зависимостей ( $Y_{16}$ ).
17. Строить графики элементарных функций ( $Y_{17}$ ).
18. Строить графики элементарных функций по набору свойств ( $Y_{18}$ ).
19. Строить график произвольной функции по набору свойств ( $Y_{19}$ ).
20. Выполнять преобразования графиков функций ( $Y_{20}$ ).

С учетом разработанных моделей формирования графической грамотности (С. М. Ганеева), компьютерной грамотности (А. Р. Ишматовой), стохастической грамотности (Е. В. Эргле) предложена структурно-логическая модель формирования ФГГ учащихся основной школы, которая состоит из четырех блоков – целевого, содержательного, операционального и контрольно-результативного (рис. 1).

*Целевой блок* включает в себя цель и задачи, направленные на формирование ФГГ учащихся основной школы.

*Содержательный блок* раскрывает структуру, компоненты функционально-графической грамотности: когнитивный и деятельностный, а также этапы формирования ФГГ учащихся.

Выделенные этапы формирования функционально-графической грамотности соответствуют хронологическим рамкам изучения функций и их свойств в школьном курсе математики.

Начальный этап формирования функционально-графической грамотности – 7 класс, базовый – 8 класс и итоговый – 9 класс основной школы. Содержание функционально-графического материала структурировано по уровням изучения свойств функций в школьном курсе математики (наглядно-интуитивным, формализованным, обобщающим).

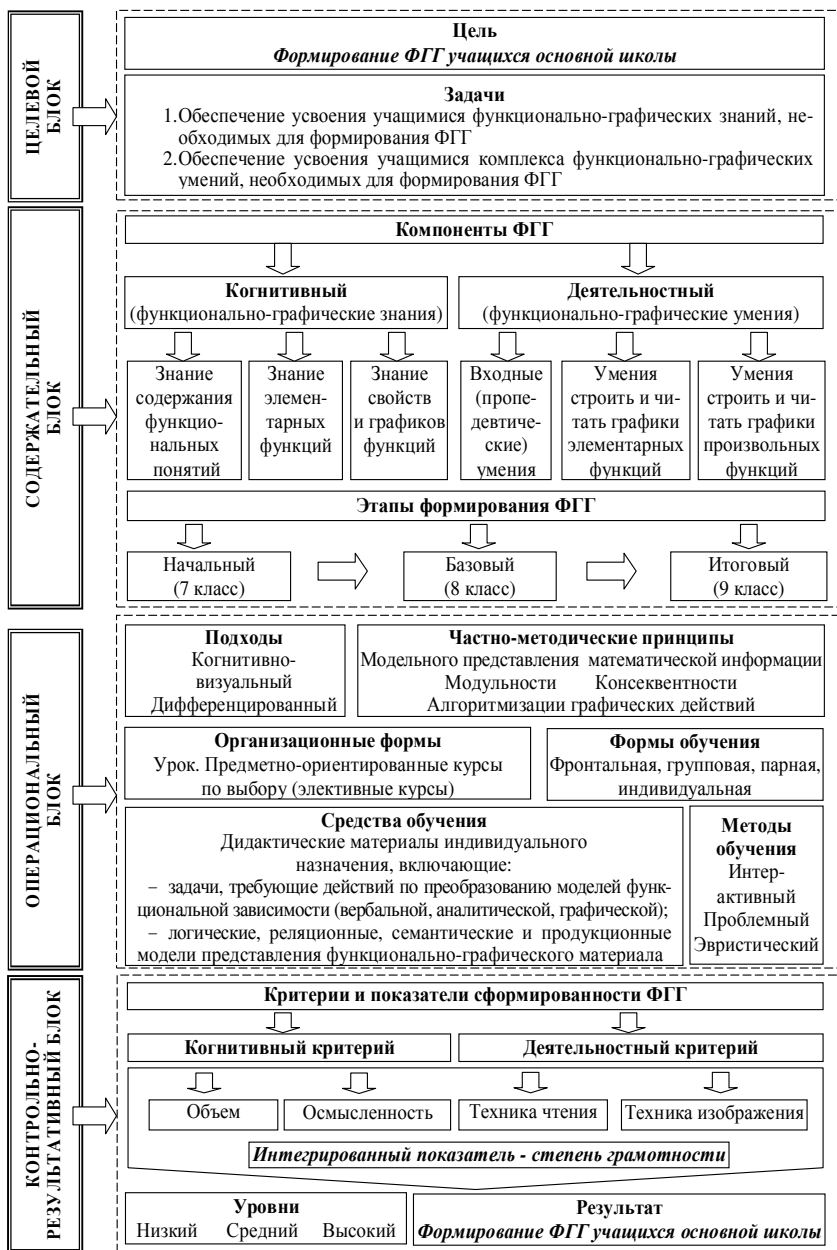
*Операциональный блок* раскрывает общие и частно-методические принципы обучения, формы, методы и средства, необходимые для формирования ФГГ учащихся основной школы.

Для обеспечения эффективного формирования ФГГ учащихся был применен когнитивно-визуальный подход обучения математике, теоретические основы которого раскрыты в работах В. А. Далингера. Одним из основных положений данного подхода является широкое и целенаправленное использование познавательной функции наглядности. Наглядность играет в процессе обучения непосредственные и опосредованные функции. К непосредственным функциям относятся: познавательная, управление деятельностью учащихся, интерпретационная, эстетическая, непосредственности рассуждения. К опосредованным функциям относят: обеспечение целенаправленного внимания учащихся, запоминания и повторения учебного материала, реализация прикладной направленности.

На основании анализа основных положений когнитивно-визуального подхода и методических особенностей изучения функционально-графического материала предложены средства реализации данного подхода в процессе формирования ФГГ учащихся основной школы. Наряду с традиционными принципами обучения (научности, наглядности, систематичности и прикладной направленности) в комплекс принципов введены принципы модельного представления математической информации, модульности, консеквентности, алгоритмизации графических действий.

Принцип модельного представления математической информации выражается в использовании различных типов моделей представления функционально-графического материала для формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

Принцип модульности предполагает ориентирование каждого этапа формирования ФГГ учащихся на конкретную модель реальной действительности. Основная тема 7 класса – линейная функция, что, с точки зрения моделирования реальных процессов, соответствует равномерным процессам. Основная тема 8 класса – квадратичная функция, моделирующая равноускоренные процессы. Основная тема 9 класса – обобщение понятия степенной функции.



**Рис. 1. Структурно-логическая модель формирования ФГГ учащихся основной школы**

Принцип консеквентности заключается в согласованности уровней изучения свойств функций в школьном курсе математики с этапами формирования ФГГ учащихся и непротиворечивости этого логике изучения функционально-графического материала в 7–9 классах.

Принцип алгоритмизации графических действий заключается в использовании графических алгоритмов представления действий по считыванию свойств функций и построению эскизов графиков функций по заданным свойствам в процессе изучения функционально-графического материала.

*Контрольно-результативный блок* объединяет критерии, показатели и уровни формирования ФГГ учащихся основной школы, а так же методы, формы и средства контрольно-оценочной деятельности.

**Во второй главе** «Методика формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы» рассмотрено соотношение этапов формирования ФГГ учащихся с уровнями изучения свойств функций в школьном курсе математики, использование различных типов моделей представления функционально-графического материала для формирования ФГГ на уроках алгебры и на элективных курсах в 9 классе.

Этапы формирования ФГГ учащихся соотношены с наглядно-интуитивным, формализованным и обобщающим уровнями изучения свойств функций.

Наглядно-интуитивный уровень соответствует изучению функционально-графического материала в 7 классе, когда на основе графических образов учащиеся получают представления о функционально-графических понятиях и свойствах функций.

В 8 классе учащиеся изучают функционально-графические понятия и их свойства на формализованном уровне – на уровне словесного описания, формализованного по некоторым основным пунктам, подкрепленного использованием графического образа, а в 9 классе – дается формальное определение функциональных понятий и свойств функций с использованием условно-символических образов на самом высоком уровне обобщения. Это позволяет осуществлять поэтапную реализацию освоения функционально-графических умений и соответствующих свойств функций на наглядно-интуитивном уровне (начальный, базовый, итоговый этапы), на уровне словесного описания (базовый, итоговый этап), на самом высоком уровне обобщения (итоговый этап). Такая логика изучения функционально-графического материала (ФГМ) помогает учащимся в усвоении абстрактных математических понятий, создает условия для дальнейшего введения формальных определений.

В качестве основного средства формирования функционально-графической грамотности учащихся предлагаются задачи, требующие действий по преобразованию моделей функциональной зависимости (табл. 1). Среди моделей рассматриваем: вербальную модель функции (*B*), которая отражает совокупность ее свойств, графическую модель

функции ( $\Gamma$ ) – ее график; аналитическую модель функции ( $A$ ) – аналитическое выражение, задающее эту функциональную зависимость.

С использованием моделей функциональной зависимости выделены три группы задач, в которых геометрическая модель может быть задана по условию (типы задач:  $\Gamma \rightarrow A$ ;  $\Gamma \rightarrow \Gamma$ ;  $\Gamma \rightarrow B$ ), являться результатом решения задачи (типы:  $\Gamma \rightarrow \Gamma$ ;  $B \rightarrow \Gamma$ ;  $A \rightarrow \Gamma$ ;) или выступать как средство решения задачи (типы:  $B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$ ;  $B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$ ;  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$ ;  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$ ;).

**Таблица 1**

**Возможные переходы различных типов моделей функциональной зависимости**

Найти	Дано		
	Алгебраические модели	Графические модели	Вербальные модели
Алгебраические модели	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$	$\Gamma \rightarrow A$	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$
Графические модели	$A \rightarrow \Gamma$	$\Gamma \rightarrow \Gamma$	$B \rightarrow \Gamma$
Вербальные модели	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$	$\Gamma \rightarrow B$	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$

В задачах типа  $\Gamma \rightarrow B$  осуществляется перевод с языка графических изображений на вербальный язык свойств функций. Решая такие задачи, учащийся должен обнаружить особенности графиков и выразить результаты проведенного анализа вербально. Подобные упражнения способствуют развитию умений выявлять существенные свойства графиков функций.

К этому типу относятся задачи на чтение графиков реальных зависимостей, которые постоянно предлагаются в контрольно-измерительных материалах итоговой аттестации выпускников основной школы.

В задачах типа  $B \rightarrow \Gamma$  совокупность свойств функции (вербальная модель функциональной зависимости) переводится на язык графических образов (графическая модель). Решение подобных задач способствует пониманию сущности аналитических утверждений. Обучающийся только тогда усвоит понятие, когда он отчетливо представит себе соответствующий геометрический образ. Например, если школьник не может изобразить график функции, возрастающей на данном промежутке, то он не понимает смысла понятия «возрастающая функция».

Задачи типа  $A \rightarrow \Gamma$  требуют перевода с аналитического языка на язык графических образов. Они способствуют пониманию языка формул, символической записи. К этому типу относится, например, задача

исследования функции с целью построения ее графика. Примером такой задачи является задача на установление соответствия между аналитической моделью функции и ее графиком.

В задачах типа  $\Gamma \rightarrow \Gamma$  графическая информация преобразуется в графическую. Условие таких задач обычно содержит и определенные словесные или аналитические компоненты. К данному типу относятся задачи на преобразование, дополнение, продолжение заданных графиков как произвольных функций, так и функций, заданных конкретными аналитическими выражениями. Например, выделить недостающую часть графика функции  $y = f(x)$ , если известно, что эта функция четная (рис. 2).

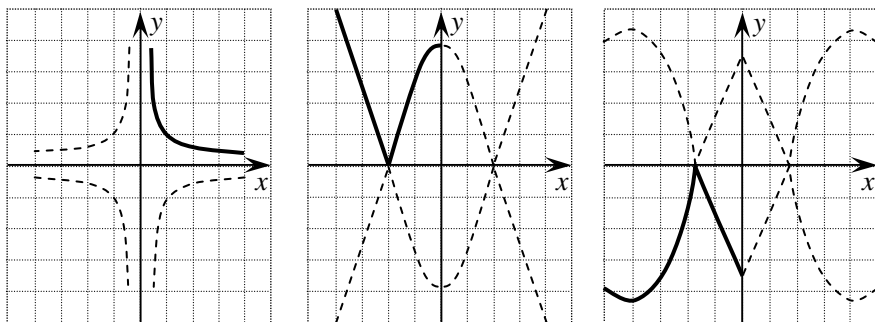


Рис. 2. Графики функций

Задачи  $\Gamma \rightarrow A$  на аналитическое считывание графической информации. К ним относятся упражнения на самостоятельное конструирование аналитических выражений функций, заданных графически.

Особую роль для повышения ФГГ мы отводим задачам, в которых графическая модель или график функции присутствует неявно, то есть задачи типа  $B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$ ,  $B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$ ,  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$ ,  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$ . В них график функции выступает как средство решения, причем возможно как явное построение графика и работа с ним в процессе решения задачи, так и мысленное обращение к графическому образу.

В задачах вида  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$  задана аналитическая модель (формула), а надо описать свойства заданной функции. К такого рода задачам может быть отнесена задача на описание свойств кусочно-заданной функции по ее аналитическому выражению.

Задачи  $B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$  предполагают аналитическое считывание вербально заданной информации посредством графика, построенного на основании заданных свойств или мысленно представленного обучающимися.

В задачах типа  $B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$  вербально заданная информация преобразуется в вербальную. На основании заданных свойств функции необходимо описать недостающие, используя графическую модель функциональной зависимости. К таким задачам можно отнести, например, упражнения на выяснение

свойств функции, график которой получен в результате цепочки графических преобразований, заданных в условии.

Задачи типа  $A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$  предполагают нахождение аналитической модели функции по аналитически заданной информации посредством графических представлений. В условии таких задач обычно содержатся и словесные компоненты. Примером может служить задача, в которой необходимо найти неизвестный коэффициент (параметр) в аналитической записи заданной функции.

Для систематизации и обобщения функционально-графического материала могут использоваться различные типы учебных моделей, соответствующие логическим, реляционным, семантическим и продукционным моделям представления учебной информации. Задача на использование логической модели: установить каждому номеру соответствующий график функции (рис. 3).

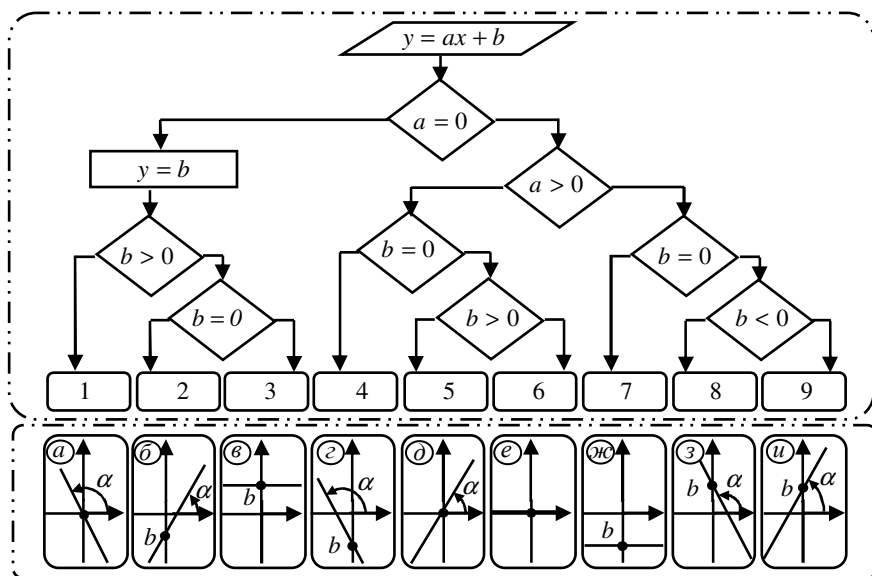


Рис. 3. Пример использования логической учебной модели

Из продукционных моделей выделяем графический алгоритм (предписание), как одно из эффективных средств визуального описания процесса решения математической задачи. Алгоритм представлен в виде серии наглядных рисунков (кадров), отражающих этапы процесса решения задачи. Такое представление позволяет учащемуся без труда запомнить и использовать этот алгоритм в дальнейшем. На рисунке 4 приведен пример построения эскиза графика функции по заданным свойствам.

Разработанный комплекс задач на взаимопереходы моделей функциональной зависимости (9 типов), позволяет сформировать все 25 компонентов ФГГ и представлен в виде дидактических материалов индивидуального



назначения (ДМИН). Только использование задач всех выделенных типов способствует формированию функционально-графических знаний и функционально-графических умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций, то есть формированию функционально-графической грамотности учащихся основной школы (табл. 2).



**Рис. 4. Графический алгоритм построения эскиза графика функции**

**В третьей главе** «Организация и результаты опытно-поисковой работы» описаны и проанализированы констатирующий, поисковый и формирующий этапы опытно-поисковой работы, а также определена статистическая достоверность результатов исследования.

Во время **констатирующего этапа** был проведен теоретический анализ философской, психолого-педагогической и методической литературы, нормативных документов по проблеме исследования.

Проведено анкетирование 52 учителей математики, проанализированы содержание КИМов и результаты ГИА по математике выпускников основной школы 2009–2010 гг., результаты международных исследований PISA математической грамотности 15-летних учащихся в 2009 г.

Таким образом, на констатирующем этапе было выявлено следующее:

- 1) низкий уровень сформированности знаний и умений учащихся, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций;
- 2) необходимость разработки методики обучения математике, направленной на формирование ФГГ учащихся основной школы.

В ходе опытно-поисковой работы (ОПР) разрабатывалось содержание комплекса задач, требующих действий по преобразованию моделей функциональной зависимости (вербальной, графической и аналитической).

С целью разработки методики обучения математике, которая обеспечит формирование ФГГ учащихся, был проведен второй этап – **поисковый**.

Таблица 2

**Формирование компонентов ФГГ при решении различных типов задач  
на взаимопереходы моделей функциональных зависимостей**

Компо- ненты ФГГ	Типы задач на взаимопереходы моделей функциональных зависимостей								
	$A \rightarrow \Gamma$	$B \rightarrow \Gamma$	$\Gamma \rightarrow \Gamma$	$\Gamma \rightarrow A$	$\Gamma \rightarrow B$	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow A$	$A \rightarrow \Gamma \rightarrow B$	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow A$	$B \rightarrow \Gamma \rightarrow B$
$3_1$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$3_2$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$3_3$	+	+	+	+		+	+	+	
$3_4$			+	+	+				+
$3_5$			+			+	+		
$Y_1$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_2$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_3$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_4$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_5$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_6$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_7$	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$Y_8$				+	+	+	+	+	+
$Y_9$				+	+	+	+	+	+
$Y_{10}$			+		+		+		+
$Y_{11}$			+		+		+		+
$Y_{12}$				+		+		+	
$Y_{13}$				+		+		+	
$Y_{14}$				+		+		+	
$Y_{15}$					+				
$Y_{16}$					+				
$Y_{17}$	+								
$Y_{18}$		+				+	+		
$Y_{19}$		+							+
$Y_{20}$			+						

На поисковом этапе исследования были определены:

- 1) блоки структурно-логической модели формирования ФГГ учащихся основной школы;
- 2) принципы методики формирования ФГГ учащихся;
- 3) основные средства формирования ФГГ школьников;
- 4) уровни формирования функционально-графической грамотности учащихся;
- 5) критерии и показатели сформированности ФГГ обучающихся.

На основании этого была создана структурно-логическая модель и разработана методика обучения математике, направленная на формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

Для подтверждения выдвинутой гипотезы исследования и проверки эффективности методики использования различных типов моделей представления функционально-графического материала был проведен третий этап опытно-поисковой работы – **формирующий**.

В процессе формирующего этапа была организована работа в школах г. Шадринск (лицей № 1, гимназия № 9, «СОШ № 2»), г. Нефтеюганск («СОШ № 2»), г. Сургут («СОШ № 8») и в МКОУ «Красномыльская средняя школа» Шадринского района Курганской области по реализации методики обучения математике, обеспечивающей формирование ФГГ учащихся.

Для коррекции полученных результатов опытно-поисковой работы была произведена репрезентативная выборка учащихся контрольной и экспериментальной групп (144 и 150 человек, соответственно).

Для определения у учащихся сформированности ФГГ были использованы контрольные срезы, проведенные в первой четверти 7 класса, в конце 7 класса, в конце 8 класса и в конце 9 класса.

Для определения уровней сформированности функционально-графической грамотности учащихся был использован квалиметрический анализ, позволяющий определить интегрированный показатель  $C_G$  (степень грамотности) сформированности ФГГ. Определена формула для его нахождения:  $C_G = (0,25 \cdot P_1 + 0,25 \cdot P_2 + 0,25 \cdot T_{ч}^* + 0,25 \cdot T_{и}^*) \cdot 100\%$ , где  $P_1$  – объем усвоенных функционально-графических знаний,  $P_2$  – осмысленность усвоенных знаний, являющиеся показателями когнитивного критерия;

$T_{ч}^* = \frac{T_{ч.экс.}}{T_{ч.ид.}}$  и  $T_{и}^* = \frac{T_{и.экс.}}{T_{и.ид.}}$  ( $T_{ч}$  – техника чтения,  $T_{и}$  – техника изображения

графиков функций), которые являются показателями деятельностного критерия сформированности ФГГ учащихся.

Методом экспертной оценки были определены весовые коэффициенты каждой составляющей ФГГ и выделена градация уровней ее сформированности:  $C_G < 50$  – уровень функционально-графической грамотности низкий,  $50 \leq C_G < 70$  – средний,  $C_G \geq 70$  – высокий.

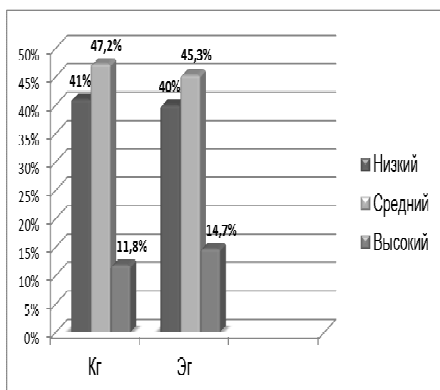
Оценка значимости различий в распределении учащихся экспериментальной и контрольной групп по уровням сформированности функционально-графической грамотности учащихся на начало формирующего эксперимента производилась с помощью критерия Пирсона  $\chi^2$ . Выбор данного критерия обосновывается тем, что он состоятелен при проверке нулевой гипотезы при самых общих альтернативных гипотезах, допускает использование данных, измеренных с помощью шкалы наименований и с любым числом категорий.

Расчеты показывают,  $\chi^2_{\text{эсп.}}$  меньше  $\chi^2_{\text{крит.}}$ , в связи с этим принимается нулевая гипотеза: на начало формирующего эксперимента не обнаруживается существенных различий в распределении учащихся экспериментальной и контрольной групп по уровням сформированности функционально-графической грамотности при обучении математике на функционально-графическом материале.

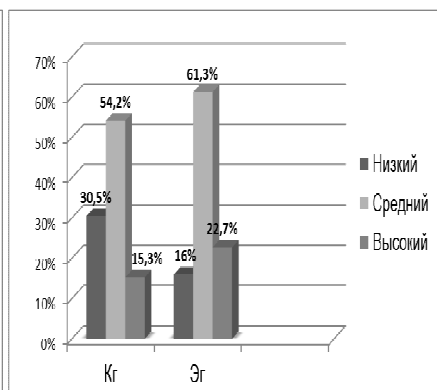
В начале формирующего этапа опытно-поисковой работы были проведены консультации учителей математики по реализации созданной методики. До их сведения были доведены основные положения методики, дана характеристика форм, методов и средств обучения, использование которых в процессе обучения математике будут способствовать формированию функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

Проверка эффективности разработанной методики осуществлялась в конце каждого из трех этапов формирования ФГГ учащихся с применением методов наблюдения и экспертной оценки (гистограммы 1 и 2).

В конце опытно-поисковой работы при использовании критерия Пирсона  $\chi^2$  была определена эффективность предложенной методики.



**Гистограмма 1.**  
Уровни сформированности ФГГ  
в начале опытно-поисковой работы



**Гистограмма 2.**  
Уровни сформированности ФГГ  
в конце опытно-поисковой работы

Исходя из полученных результатов  $\chi^2_{\text{эсп}} > \chi^2_{\text{крит}}$  ( $\chi^2_{\text{эсп}}=9,6$ ,  $\chi^2_{\text{крит}}=5,99$  при уровне значимости 0,05), соответственно, принимается альтернативная гипотеза  $H_1$  (различия в достижении уровней сформированности функционально-графической грамотности при обучении математике школьниками экспериментальной и контрольной групп в конце опытно-поисковой работы являются следствием использования в учебном процессе разработанной методики) (табл. 3).

Результаты опытно-поисковой работы свидетельствуют об эффективности разработанной методики обучения математике, направленной на формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

**Таблица 3**

**Значения  $\chi^2$  на формирующем этапе опытно-поисковой работы**

Группы учащихся	Число учащихся											
	Входной контроль			Конец 7 класса			Конец 8 класса			Конец 9 класса		
	низ.	ср.	выс.	низ.	ср.	выс.	низ.	ср.	выс.	низ.	ср.	выс.
КГ	59	68	17	56	68	20	54	68	22	44	78	22
ЭГ	60	68	22	44	70	36	34	82	34	24	92	34
Значение $\chi^2$	0,65			6,04			8,4			9,6		

### **ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Результаты проведенного исследования позволяют сформулировать следующие выводы:

1. На основе анализа психолого-педагогической литературы, методической литературы и результатов исследования определена необходимость формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы в процессе обучения математике, под которой понимаем наличие у школьников функционально-графических знаний и функционально-графических умений, необходимых для чтения и изображения графиков элементарных функций. Выявлено, что формирование ФГГ учащихся основной школы будет эффективным, если обеспечить комплексное использование задач, требующих действий по преобразованию моделей функциональной зависимости (вербальной, аналитической, графической).

2. Предложена структурно-логическая модель формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы, которая содержит следующие блоки: целевой, содержательный, операциональный и контрольно-результативный. В модели отражены: структура, содержание

ФГГ учащихся, этапы ее формирования; принципы, методы, формы и средства формирования ФГГ учащихся основной школы; критерии, показатели и уровни формирования ФГГ учащихся.

3. На основании разработанной модели создана методика обучения математике, применение которой обеспечит формирование ФГГ учащихся основной школы. Формирование ФГГ учащихся включает в себя три этапа: начальный (7 класс), базовый (8 класс) и итоговый (9 класс), которые соотношены с уровнями изучения свойств функций в школьном курсе математики (наглядно-интуитивным, формализованным и обобщающим).

4. Разработан комплекс задач на взаимопереходы моделей функциональной зависимости, применение которого на всех этапах реализации методики обеспечит эффективное формирование функционально-графической грамотности учащихся основной школы.

5. Результаты опытно-поисковой работы, проводившейся в течение 2008–2013 гг., подтвердили эффективность предлагаемой методики формирования ФГГ учащихся основной школы при обучении математике.

**Основные положения, результаты и выводы исследования  
отражены в следующих публикациях:**

***Работы, опубликованные в ведущих научных журналах и изданиях,  
включенных в реестр ВАК МОиН РФ***

1. Пермякова, М. Ю. Характеристика понятия «функционально-графическая грамотность обучающихся» / М. Ю. Пермякова // Мир науки, культуры, образования. – 2012. – № 6 (37). – С. 251–253.

2. Пермякова, М. Ю. Повышение функционально-графической грамотности обучающихся с использованием взаимопереходов различных типов моделей функциональной зависимости / М. Ю. Пермякова // Перспективы науки. – 2013. – № 6 (45). – С. 22–25.

3. Пермякова, М. Ю. Структурно-логическая модель формирования функционально-графической грамотности учащихся основной школы / М. Ю. Пермякова, О. И. Чикунова // Педагогическое образование в России. – 2014. – № 8. – С. 251–256 (авторский вклад 50 %).

***Работы, опубликованные в других изданиях***

4. Пермякова, М. Ю. О некоторых принципах организации функционально-графического материала на этапе предпрофильной подготовки / М. Ю. Пермякова // Естественно-математическое образование: проблемы и перспективы : мат.-лы всерос. науч.-практ. конф., Шадринск, 25 нояб. 2010 г. / Междунар. акад. наук пед. образования, Шадр. гос. пед. инст. – Шадринск : ШГПИ, 2010. – С. 190–195.

5. Пермякова, М. Ю. Об использовании учебных моделей при организации функционально-графического материала / М. Ю. Пермякова, О. И. Чикунова // Информация и образование: границы коммуникаций : сб. науч. трудов № 3 (11) по материалам междунар. науч.-практ. конф. 8–12 авг. 2011 г. – Горно-

Алтайск : РИО ГАГУ, 2011. – С. 100–104 (авторский вклад 50 %).

6. Пермякова, М. Ю. Обучение учащихся основной школы чтению графиков функций / М. Ю. Пермякова // Физико-математические науки : сб. науч. тр. по материалам IV междунар. науч.-практ. конф. 26 сент. 2012 г., г. Таганрог. – М. : Перо, 2012. – С. 65–67.

7. Пермякова, М. Ю. Особенности реализации функционально-графической линии в предпрофильной подготовке учащихся / М. Ю. Пермякова // Возможности образовательной области «Математика и информатика» для реализации компетентностного подхода в школе и в вузе : мат-лы междунар. науч.-практ. конф., 19–20 окт. 2012 г. – Соликамск : СГПИ. – С. 100–105.

8. Пермякова, М. Ю. Использование возможностей интерактивного взаимодействия при изучении функционально-графического материала / М. Ю. Пермякова // Использование информационно-коммуникационных технологий в образовании : межвуз. сб. науч. работ. – Шадринск : ШГПИ, 2012. – С. 136–139.

9. Пермякова, М. Ю. Об одном средстве повышения функционально-графической грамотности обучающихся / М. Ю. Пермякова // Подготовка молодежи к инновационной деятельности в процессе обучения физике, математике, информатике : мат-лы междунар. науч.-практ. конф., Екатеринбург, 1–2 апр. 2013 г. / Урал. гос. пед. ун-т. – Екатеринбург, 2012. – С. 156–157.

10. Пермякова, М. Ю. О приемах и средствах когнитивной визуализации учебной и математической информации / О. И. Чикунова, М. Ю. Пермякова // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона : период. межвуз. сб. науч.-метод. работ. – Киров : Радуга-Пресс, 2013. – С. 217–222 (авторский вклад 50 %).

11. Пермякова, М. Ю. Чтение и построение графиков функций : учеб.-метод. рекомендации для студентов и учащихся / М. Ю. Пермякова. – Шадринск : Шадринский Дом Печати, 2013. – 64 с.

12. Пермякова, М. Ю. Функционально-графические умения как необходимый компонент общей культуры обучающихся / М. Ю. Пермякова // сб. науч. тр. по материалам междунар. науч.-практ. конф. 29 нояб. 2013 г. – Тамбов : Бизнес-Наука-Общество, 2013. – С. 121–122.

13. Пермякова, М. Ю. Роль функционально-графической грамотности обучающихся при изучении физики / М. Ю. Пермякова // Современные подходы к оценке и качеству математического образования в школе и вузе : мат-лы XXXII междунар. науч. семинара преподавателей математики унив. и пед. вузов. 26–28 сент. 2013 г. – Екатеринбург : УрГПУ ; РГППУ ; УрГЭУ, 2013. – С. 217–218.

14. Пермякова, М. Ю. Соотнесение этапов формирования функционально-графической грамотности учащихся с уровнями строгости изучения свойств функций / М. Ю. Пермякова // Роль психологии и педагогики в развитии общества : сб. ст. междунар. науч.-практ. конф., 22 авг. 2014 г. – Уфа : Аэтерна, 2014. – С. 44–49.

Подписано в печать 21.11.2014. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>  
Бумага для множительных аппаратов. Печать на ризографе.  
Усл. печ. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,1. Тираж 100 экз. Заказ № \_\_\_\_\_  
Отдел множительной техники  
Уральского государственного педагогического университета  
620017, Екатеринбург, пр. Космонавтов, 26  
E-mail: uspu@uspu.ru